

„Mengenlehre — das ist Zeitverschwendung“

Ob Mengenlehre „Kinder krank macht“, was methodisch „richtig“ und was „falsch“ ist beim Mathematikunterricht — das sind Themen des ersten internationalen Kongresses über Mengenlehre, der in dieser Woche in München stattfindet. Veranstalter: das Magazin „Schule“. Wegbe-

reiter wie Kritiker diskutieren Erfahrungen mit der „Neuen Mathematik“. Der entschiedenste Gegner der Mengenlehre, US-Professor Morris Kline, appelliert in einem Kongreßbeitrag an westdeutsche Pädagogen, „die Neue Mathematik wieder abzuschaffen“. Auszüge:

In den fünfziger Jahren waren sich die Mathematiker und die Mathematik-Lehrer einig: Der Unterricht in Mathematik funktioniert nicht. In Geometrie und in Algebra wurde den Schülern eine Serie von mechanischen Prozessen vorgesetzt, die nachzumachen und auswendig zu lernen waren. Was da den Schülern als Mathematik serviert wurde, hatte keine Beziehung zum wirklichen Leben. Sondern es gab an den Haaren herbeigezogene Probleme wie: „Jane ist 20 Jahre älter als Mary, in 10 Jahren wird Jane doppelt so alt sein wie Mary. Wie alt ist Mary?“

Eine Reform des Mathematikunterrichts in der Grundschule und in der Höheren Schule war also dringend notwendig. Das Ergebnis dieser Bemühungen war ein Curriculum, das heute populär geworden ist als „Neue Mathematik“.

Was wollten die Befürworter einer Neuen Mathematik? Sie wollten, daß die Schüler Mathematik besser verstehen. Dafür kann man sie kaum kritisieren — aber was taten die Reformer, um mehr Mathematik-Verständnis zu erreichen? Sie setzten durch, daß Mathematik logisch gelehrt wird. Wir sollten uns klarmachen, was das bedeutet: Mathematik logisch unterrichten.



Mengenlehre-Unterricht
Logisch oder streng logisch?



Mengenlehre-Kritiker Kline

Sind zwei ganze Zahlen eine Kuh?

Es bedeutet dies: Der Schüler muß sich schon in den unteren Klassen mit Axiomen, mit Prinzipien befassen. Da gibt es das Axiom der Kommutativität. Da gibt es das Axiom der Assoziativität. Und das Axiom der Distributivität. Wozu braucht man diese Axiome? Man braucht sie, wenn man Rechenschritte logisch untermauern will.

Nach dem Axiom der Assoziativität ist $(a + b) + c$ gleich $a + (b + c)$. Wenn wir Zahlen einsetzen $(2 + 3) + 4 = 2 + (3 + 4)$. Hier geht es um drei Zahlen, die addiert werden sollen — man kann, besagt das Prinzip, die Reihenfolge beliebig wählen. Das klingt einfach genug — aber die Axiome sind es nicht. Man kann sich vorstellen, welche umfangreiche Serie von Schritten notwendig ist, sobald es um etwas schwierigere Rechen- oder Algebra-Aufgaben geht.

Aber die Pioniere der Neuen Mathematik waren mit Logik im Mathematik-Unterricht nicht zufrieden. Sie bestanden auf strenger Logik. Was ist der Unterschied? Nehmen wir das Beispiel Geometrie. Die meisten heute Erwachsenen haben in der Schule Geometrie gelernt. Sie wissen: In der Geometrie geht es logisch zu. Aber es geht nicht streng logisch zu.

Der Grieche Euklid, der die Geometrie entwickelt hat, und seine Nachfolger bis in unsere Zeit hinein — sie hielten es nicht für notwendig, alles und jedes zu begründen, alles und jedes zu beweisen. Bei vielen Sachverhalten begnügten sie sich damit zu wissen: Es ist

eben so. Es ist eben so, daß ein Dreieck eine Innenseite und eine Außenseite hat.

Und: Wenn wir drei Punkte auf einer Geraden kennen, scheint es doch offensichtlich, daß einer, nur einer, dieser drei Punkte zwischen den beiden anderen liegt. Aber wenn es streng logisch zugeht, darf es nicht einfach „so sein“. Dann müssen Sachverhalte wie die genannten entweder in einem Axiom enthalten sein oder von Axiomen abgeleitet werden. Die Folge: Eine Fülle von Prinzipien und trivialen Lehrsätzen muß eingeführt werden. Diese Lehrsätze verwirren den Schüler und strapazieren sein Gedächtnis.

Dabei sind die traditionellen Lehrsätze oft klarer als die neuen Axiome, mit denen sie bewiesen werden sollen. So vorzugehen ist Unsinn, und schon der große französische Mathematiker Pascal hat das gesagt: „Versuche nicht zu beweisen, wenn das zu Beweisende offensichtlicher ist als der Beweis.“

Viele der neuen Axiome müssen dem Schüler schlicht absurd erscheinen. Eines besagt zum Beispiel: Die Summe von zwei ganzen Zahlen ist wieder eine ganze Zahl. Wenn es dieses Axiom nicht gäbe: Würden die Schüler dann denken, die Summe von zwei ganzen Zahlen ist eine Kuh?

Und dann sagen uns die Reformer: Die Verständnisschwierigkeiten kommen daher, daß die Sprache nicht ausreicht. Ergebnis: In der Neuen Mathematik gibt es Hunderte von neuen Begriffen. Vieles davon ist völlig unnötig. Da geht es um das Zusammenzählen von 5 und 7. Eine einfache Sache — nicht wahr? Aber den Lehrplan-Machern für Neue Mathematik gelingt es, sie kompliziert zu machen. Sie sagen, das ist eine binäre Operation. Was bedeutet binäre Operation? Nichts anderes, als daß zwei Zahlen zusammengesetzt werden.

Die heutige Zeit, so argumentierten die neuen Verfechter in der Mathematik, verlange nach neuen mathematischen Techniken, nach Techniken, die sich für lineares Programmieren eignen, für „operations research“, für „game theory“, für Qualitätskontrolle und andere Anwendungen. In Wirklichkeit benützen alle diese Bereiche Mathematik in der traditionellen Form. Und auch im Schulunterricht in Neuer Mathematik dominiert der traditionelle Lehrstoff.

Allerdings, einige neue Inhalte bringt das neue Curriculum doch. Bei weitem

Geisterbus nach drüben

Weit weniger Westdeutsche als erwartet reisen zu Tagesaufenthalten in die DDR. Kommunalpolitiker aus Grenzorten rechnen auch nicht mit einem Aufschwung.

Seit sie dürfen, wollen sie nicht so recht. „Es ist leichter, andächtig für die nationale Einheit zu schwärmen, als etwas dafür zu tun“, sagt Alfred Kubel, niedersächsischer Bürger aus dem grenznahen Braunlage im Harz und Ministerpräsident in Hannover.

Nach der Statistik „hätten es Millionen sein müssen“, resignierte jüngst die „Frankfurter Rundschau“, die vor Inkrafttreten des Grundvertrags noch geschwärmt hatte, daß ja nun endlich „die Wege zu den Deutschen im anderen Deutschland“ geöffnet würden. Und Ludwig Städler, Bürgermeister von Bergen an der Dumme, sagte in der Nacht, als die DDR-Ampeln zum erstenmal auf Grün sprangen: „Wir sind hier heute in einer Art Silvesterstimmung.“

Die Stimmung ist längst dahin, und die Statistik sieht miserabel aus. Vier neue Übergangsstellen waren vor über einem Jahr für den — einseitigen — kleinen Grenzverkehr eingerichtet worden, aber es wollen weit weniger Westdeutsche mal nach drüben, als in der Euphorie der ersten Tage zu erwarten stand.

Dabei war es noch nie, seit der 1345,9 Kilometer lange Streifen keine grüne Grenze mehr ist, so einfach, hinüber zu reisen. Trotzdem machte kaum jeder zwanzigste Bundesbürger von den 6,5 Millionen, die in 56 Grenzkreisen — von Ostholstein bis Tirschenreuth — wohnen, von seinem Grundvertrags-Recht Gebrauch, einen der 54 DDR-Kreise — von Wismar bis Klingenthal — zu besuchen, und sei es eben auch nur für einen Tag.

Für Bayerns jüngsten Landrat, Heinz Köhler, 32, aus dem Grenzkreis Kronach, ist das eine Generationsfrage: „Von den bis zu Vierzigjährigen hat kaum jemand irgendwelche näheren Beziehungen zur DDR“; die jüngeren kennen die Verwandten nur dem Namen nach, und Freunde haben sie gar nicht jenseits der Grenze. Als Köhler selbst zum erstenmal hinüberreiste, da war es für ihn gleichsam nur ein „Pfadfinderinteresse“, zu erkunden, „was man täglich vom Berg aus sehen kann“.

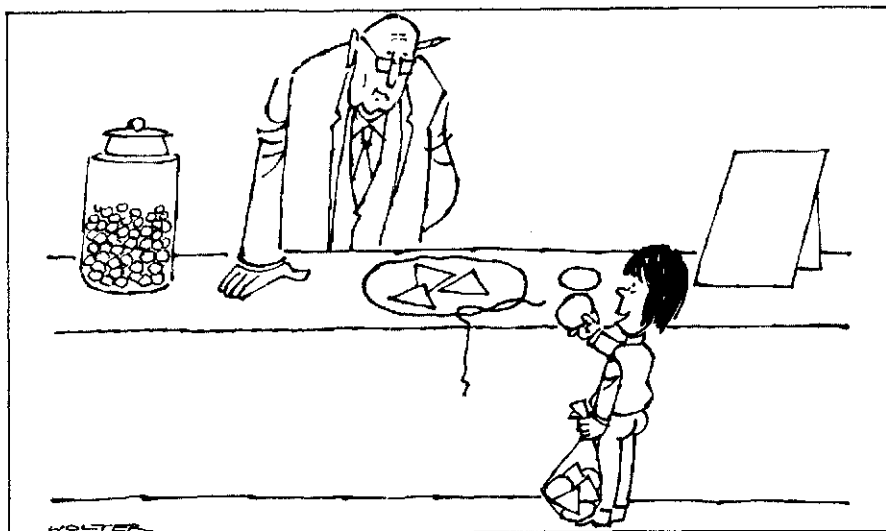
Wen immer auch der SPIEGEL befragte — für Kommunalpolitiker nahe der Grenze ist es mit dem Zusammenhalt zwischen den Grenzanrainern auf dieser und der anderen Seite nicht weit her. „In zehn oder 15 Jahren“, meint Bürgermeister Franz Meyer aus dem

die stärkste Aufmerksamkeit hat die Mengenlehre gefunden. Keine Frage — das Wort „Menge“ ist nützlich. Es bedeutet nicht mehr als Sammlung, Klasse, Gruppe usw., und zwar in dem ganz normalen und nicht technischen Sinn dieser Worte. Aber: Was wird von den Schülern alles verlangt! Sie sollen lernen, wie man Mengen vereinigt und schneidet. Wie man Teilmengen bildet. Sie sollen sich bei den leeren Mengen auskennen und bei unendlichen Mengen. Sie sollen eindeutige Zuordnung zwischen unendlichen Mengen beherrschen. Sie sollen wissen, was kleinere und größere unendliche Mengen sind — das alles ist schlicht Zeitverschwendung.

Mengenlehre ist völlig unnütz, wenn es darum geht, die Grundlagen der Mathematik zu verstehen und mit ihnen arbeiten zu lernen. Tatsache ist: Men-

gen gefürchtet. Damit ist es nicht besser geworden. Im Gegenteil, die Ablehnung und Furcht vor Mathematik ist heute wieder stärker. Viele Schüler lernen außer Mathematik auch Physik und Chemie. Die Lehrer in diesen Fächern klagen — viel häufiger und lautstärker als zuvor —, die Schüler kämen nicht einmal mit den einfachsten Aufgaben zu Rande, Aufgaben, bei denen es nur um elementare Mathematik geht.

In den USA beschäftigen sich die Verleger von Schulbüchern sehr ernsthaft mit der Kritik an der Neuen Mathematik. Mehrere führende Verlage haben schon neue Texte für Grund- und Oberschulen herausgebracht, in denen von dem Curriculum in Neuer Mathematik abgewichen wird. Die Logik, die Mengenlehre, das Bündeln in anderen Zahlensystemen als zehn usw.



„Für die Menge drei hätte ich gerne Kaugummi und für den Rest jede Menge Lakritze!“

genlehre kann die Schüler im Gegenteil verwirren, vor allem in dem Bereich, in dem sie angeblich so besonders nützlich ist — beim Lernen der Zahlen. In sehr zugespitzten und fortgeschrittenen mathematischen Theorien spielt Mengenlehre allerdings eine Rolle.

Aber es ist lächerlich, sie beim Elementar-Unterricht zu verwenden — mehr noch, es ist eine Travestie der Pädagogik. Für mich ist es fast sicher: Die Mengenlehre ist nur deshalb in die Neue Mathematik eingeführt worden, damit diese den Anstrich von Kultiviertheit und Fortschrittlichkeit bekommt — aber nicht, weil sie etwa nützlich wäre.

Und die Folgen des Unterrichts in Neuer Mathematik? In den Vereinigten Staaten wissen wir nach zehn bis 15 Jahren Erfahrung jetzt definitiv, daß die Schüler in den Techniken von Arithmetik und Algebra schlechter geworden sind, ebenso in der Fähigkeit, Probleme zu lösen. Die Schüler haben früher Mathematik abgelehnt und so-

sind völlig verschwunden, die Arithmetik wird auf der Grundlage konkreter, echter Situationen aufgebaut. Schulsysteme sind dabei, die neuen Textbücher einzuführen.

Viel mehr muß noch geschehen, bevor wir wirklich sagen können, der Mathematikunterricht sei besser geworden. Hauptziel bleibt selbstverständlich, daß die Schüler Mathematik verstehen. Aber auf dem Grundschulsektor erreicht man Verständnis nur durch Erfahrung über die Sinnesorgane — allgemeiner gesagt, durch alles, was die Intuition unterstützt. Logische Struktur, Beweisführung, das ist nicht mehr als ein Kleid, in das man Gedanken und Ergebnisse steckt, sobald man sie verstanden hat. Die Logik darf nur so streng sein, wie es dem Alter des Kindes entspricht.

Ich hoffe und vertraue, daß meine Kollegen in Deutschland die Einwände, die ich hier vorgetragen habe, und die Ergebnisse unserer Erfahrung in den USA ernst nehmen; daß sie die Neue Mathematik wieder abschaffen.